ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ОСНОВА ГЕОМЕТРИЈЕ 1
8. јун 2018

Професор: Бојан Башић Асистент: Кристина Аго Балог

Апсолутна геометрија:

1. Нека су φ_1 и φ_2 конвексне фигуре. Ако за свако $A \in \varphi_1$ и $B \in \varphi_2$ постоји $C \in \varphi_1 \cap \varphi_2$ за које важи $A - C - B$, доказати да је $\varphi_1 \cup \varphi_2$ конвексна фигура.

2. У $\triangle ABC$ важи $\measuredangle A < \measuredangle B + \measuredangle C$, где је $\measuredangle A$ највећи угао тог троугла. Доказати да за $\triangle ABC$ постоји центар описане кружнице.

   Једна идеја: Посматрати полуправу $pp(A, X)$ такву да важи $\measuredangle BAX = \measuredangle B$. Размотрити прво случај $\measuredangle A = \measuredangle C$, а затим случај $\measuredangle A > \measuredangle C$. У другом случају посматрати полуправу $pp(A, Y)$ такву да важи $\measuredangle CAY = \measuredangle C$. У оба наведена случаја доказати да се симетрале страница AB и AC секу.

Еуклидска геометрија:

3. Дат је $\triangle ABC$ и тачке $M \in BC$, $N \in CA$ и $P \in AB$. Праве AM, BN и CP се секу у тачки D, а праве AM и NP у тачки Q. Кроз тачку A повучена је права p паралелна са PN. Означимо $p \cap BQ = \{S\}$, $p \cap CQ = \{R\}$. Доказати: $AR = AS$.

   Једна идеја: Прво искористити Чевину теорему за $\triangle ANP$ и тачку D. До траженог закључка доћи доказујући $\frac{AR}{AS} = 1$.

4. У тетраедру $ABCD$ важи $AB \perp BD$ и $AC \perp CD$. Доказати да се подножје висине из темена A тетраедра $ABCD$ налази на кружници описаној око $\triangle BCD$.

   Једна идеја: Као први корак искористити обрнуту теорему о три нормале.